|  |
| --- |
| مسئله : مجموع زاویه های داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است.  اثبات ۱ : مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید. مانند شکل دو مثلث هم نهشت با آن رسم می کنیم.  باتوجه به هم نهشتی مثلث ها ، زاویه های آنها نظیر به نظیر برابر هستند. پس داریم :    روی یک خط هستند  هم نهشت بودن مثلث ها  اثبات ۲ : استدلال دوم را می توانید در صفحه ۴۱ کتاب درسی (استدلال رضا) مشاهده کنید. |
| مسئله : نشان دهید زاویه های متقابل به راس برابر هستند.  فرض کنیم  و  مانند شکل زیر متقابل به راس هستند ، داریم :    روی یک خط هستند  روی یک خط هستند |
| مسئله : در هر مثلث ، اندازه زاویه خارجی با مجموع اندازه های دو زاویه داخلی غیر مجاور با آن برابر است.    مجموع زوایای داخلی مثلث  روی یک خط هستند |
| در شکل ، پاره خط AC نیمساز زاویه A است و اضلاع AB و AD برابرند. ثابت کنید مثلث های ABCو ADC هم نهشتند.  فرض  حکم  ض ز ض  طبق گفته سوال  AC نیمساز  ضلع مشترک    ABC و ADC هم نهشت |
| مثلث زیر متساوی الساقین و AD نیمساز وارد بر قاعده آن است. نشان دهید نیمساز وارد بر قاعده میانه نیز می باشد.  فرض  حکم  ض ز ض  ساق های مثلث  AD نیمساز  ضلع مشترک |
| نشان دهید قطر AC از مربع ABCD نیمساز زاویه های A و C است.  فرض  حکم  ض ض ض  ضلع های مربع برابرند  ضلع های مربع برابرند  ضلع مشترک |
| نشان دهید فاصله نقطه P که روی عمود منصف پاره خط ABاست ، از دوسر پاره خط AB یکسان است.  ابتدا از نقطه P به دو سر پاره خط یعنی A و B وصل می کنیم تا دو مثلث به وجود آید.  فرض  حکم  ض ز ض  عمودمنصف ،AB را نصف کرده  عمودمنصف برAB عمود است  ضلع مشترک دو مثلث |
| ثابت کنید هر نقطه که روی نیمساز زاویه قرار دارد ، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.  نکته : فاصله یک نقطه از یک خط ، پاره خطی است که برآن خط عمود است.  فرض  حکم  و ز  وتر مشترک دو مثلث  OA نیمساز زاویه O  فاصله ها عمود هستند |
| در شکل زیر دو پاره خط AB و CD از وسط یکدیگر گذشته اند. نشان دهید AD=BC .  فرض  حکم  ض ز ض  نقطه O وسط AB  زاویه های متقابل به راس  نقطه O وسط CD |
| در شکل زیر AD=BC است. نشان دهید : AC=BD.  نکته : زاویه محاطی روبرو به قطر برابر ۹۰ درجه است.  فرض  حکم  و ض  وتر مشترک دو مثلث  طبق گفته سوال  زاویه محاطی روبرو به قطر |
| در شکل مقابل ABCD لوزی است و نقطه های M و N وسط های اضلاع CD و CB هستند. نشان دهید:  نکته۱ : در هر لوزی تمام ضلع ها برابر هستند. نکته ۲ : در هر لوزی زاویه های روبرو به هم برابر هستند.  نتیجه : طبق نکته ۱ ضلع های BC و DC برابرند. درنتیجه نصف BC با نصف DC برابر است. این یعنی : DM=BN  فرض  حکم  ض زض  ضلع های لوزی برابرند  زاویه های روبرو به هم در لوزی  طبق نتیجه بالا  ABC و ADC هم نهشت |
| ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع ، ضلع های مقابل ، همواره برابر هستند.  ابتدا قطر BD را رسم می کنیم تا دو مثلث به وجود آید.  نکته :‌ درهر متوازی الاضلاع ضلع های روبرو موازی هستند.  نتیجه ۱ : با توجه به اینکه AB و CD موازی هستند و DB خط مورب است پس :  نتیجه ۲ : با توجه به اینکه BC و AD موازی هستند و DB خط مورب است پس :  فرض  حکم  ز ض ز  نتیجه ۲  ضلع مشترک  نتیجه ۳ |
| ثابت کنید در هر مستطیل ، قطر ها با یکدیگر برابر هستند.(مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است!)  نکته۱ :‌ درمستطیل ضلع های روبرو برابرند. نکته۲ :‌ در مستطیل همه زاویه ها ۹۰ درجه هستند .  فرض  حکم  ض زض  اضلاع روبرو  نکته ۲  ضلع مشترک |
| ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع ، قطر ها یکدیگر را نصف می کنند.  نکته ۱ :‌ طبق اثبات قبلی در هر متوازی الاضلاع ضلع های روبرو موازی و مساوی هستند.  نتیجه ۱ : با توجه به اینکه AB و CD موازی هستند و DB خط مورب است پس:  نتیجه ۲ : با توجه به اینکه BC و AD موازی هستند و AC خط مورب است پس :  فرض  حکم  زض ز  نتیجه ۱  اضلاع روبرو  نتیجه ۲ |
| در مثلث متساوی الساقینABC و میانه ی AM را رسم کرده ایم. نشان دهید AM نیمساز زاویه A است.  فرض  حکم  ض ض ض  ساق های مثلث  AD میانه BC  ضلع مشترک      M |
| از نقطه M خارج از دایره ، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کنید. ثابت کنید اندازه ی این دو مماس باهم برابر است.  ابتدا مماس ها را رسم می کنیم. سپس از نقطه M به مرکز دایره و از مرکز به A و B وصل می کنیم تا دو مثلث ایجاد شود.  نکته ۱: شعاع های دایره با هم برابر هستند. نکته ۲ : خط مماس دایره در نقطه تماس بر شعاع عمود است.  فرض  حکم  و ض  وتر مشترک دو مثلث  شعاع های دایره برابرند  نکته ۲ |
| در شکل زیر نقطه M وسط پاره خط AB است. نشان دهید:  فرض  حکم  و ز  طبق گفته سوال  متقابل به راس  مطابق شکل |
| در شکل زیر وتر های AB و CD با هم مساوی هستند. نشان دهید کمان های  و  مساوی اند.  ابتدا از مرکز دایره به نقاط A و B و C و D وصل می کنیم تا ۲ مثلث ایجاد شود.  نکته: زاویه مرکزی با کمان روبرو به آن برابر است. یعنی در شکل مقابل :  و  فرض  حکم  ض ض ض  طبق گفته سوال  شعاع های دایره برابرند  شعاع های دایره برابرند |
| در شکل زیر کمان های  و  با هم مساوی هستند. نشان دهید وترهای AB و CD مساوی اند.  ابتدا از مرکز دایره به نقاط A و B و C و D وصل می کنیم تا ۲ مثلث ایجاد شود.  نکته: در شکل مقابل :  و . ازآنجا که در نتیجه .  فرض  حکم  ض زض  مطابق نکته بالا  شعاع های دایره برابرند  شعاع های دایره برابرند |
| در شکل زیر ABCD متوازی الاضلاع است و M و N و P و Q وسط های اضلاع متوازی الاضلاع اند. ثابت کنید : MN=PQ.  نکته۱ : در متوازی الاضلاع ضلع های روبرو به هم با هم برابر هستند. نکته ۲ : در متوازی الاضلاع زاویه های روبرو برابر هستند.  نتیجه ۱ : طبق نکته ۱ ضلع های BC و AD برابرند. درنتیجه نصف BC با نصف AD برابر است. این یعنی : DQ=BN.  نتیجه ۲ : طبق نکته ۱ ضلع های AB و CD برابرند. درنتیجه نصف AB با نصف CD برابر است. این یعنی : DP=MB  فرض  حکم  ض زض  نتیجه ۱  زاویه های روبرو به هم  نتیجه ۲ |
| در شکل زیر O مرکز دایره است و BC و AD بر دایره مماس اند. نشان دهید AD و BC برابرند.  نکته ۱: شعاع های دایره با هم برابر هستند. نکته ۲ : خط مماس دایره در نقطه تماس بر شعاع عمود است.  فرض  حکم  ز ض ز  زاویه های متقابل به راس  شعاع های دایره  نکته ۲ |
| متساوی الساقین است و M و N روی قاعدهBC طوری قرار دارند که BM=NC .نشان دهیدهم متساوی الساقین است.  نکته : در مثلث متساوی الساقین ساق ها و زاویه های کنار ساق ها برابر هستند.  نتیجه : برای اینکه نشان دهیم AMN متساوی الساقین است باید نشان دهیم ضلع های AM و AN برابرند.  فرض  حکم  ض زض  ساق های مثلث  زاویه های کنار ساق ها  طبق گفته سوال |
| در مستطیل ABCD پاره خط های BE و AF طوری رسم شده که دو زاویه  و  برابرند. ثابت کنید BE و AF برابر هستند.  نکته۱ :‌ درمستطیل ضلع های روبرو برابرند. نکته۲ :‌ در مستطیل همه زاویه ها ۹۰ درجه هستند .  نتیجه ۱ : زاویه های و متمم هستند. به همین صورت زاویه های و هم متمم اند.  نتیجه۲ : زاویه های  و  یکی هستند. در نتیجه متمم آنها نیز یکی است. پس :  فرض  حکم  زض ز  اضلاع روبرو  نکته ۲  نتیجه ۲ |
| نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین ، فاصله هر نقطه روی نیمساز زاویه راس از دوسر قاعده ، برابر است : MB=MC  فرض  حکم  ض ز ض  ساق های مثلث  AD نیمساز  ضلع مشترک |

